**1. Означення множини: відкритої, замкненої, зв’язної, області.**  
Множину *Е* з метричного простору називають:  
а) *відкритою,* якщо вона не містить жодної своєї межової точки, тобто   
б) *замкненою*, якщо вона містить всі свої межові точки, тобто *.*   
в) *зв’язною,* якщо вона не може бути представлена у вигляді об’єднання без перетинів двох непорожніх відкритих просторів;  
г) область - це відкрита і звязна множина в просторі *Rn*

**2. Означення просторів: неперервних функцій, неперервно диференційовних функцій.**  
1) якщо , то   
2) якщо , то**

**3. Що таке ліво- та правостороння похідна?**  
Якщо існує скінченна границя то цю границю називають правосторонньою похідною функції**у точціі позначають**(лівостороння прямує до -0).

**4. Яка заміна змінних на площині називається невиродженою?**  
**, **є невиродженою   в D

**5. Означення того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.**  
****задовольняє в *D* ум. Л.за змінною *y*, якщо існує таке число L>0, що для всіх виконується нерівність 

**6. Теорема про достатні умови того, що функція задовольняє умову Ліпшиця.**  
Якщо функція у випуклій області *G* має обмежену часткову похідну по y, то .

**7. Що таке власне значення, власний вектор, норма матриці?**

Нормою матриці називається дійсне число ||A||, яке задовольняє умови:

1), причому ||A||=0 тільки при А=0;

2)

3)

Власний вектор(з власним значенням λ) це ненульовий вектор для якого виконується , λ – власне значення, повний скаляр, тобто дійсне або комплексне число.

**9. Загальний вигляд системи звичайних диференціальних рівнянь.**

– система ЗДР порядку

**10. Означення нормальної системи звичайних диференціальних рівнянь.**

Система вигляду називається нормальною системою звичайних диференціальних рівнянь(порядку n).

**11. Означення розв’язку нормальної системи звичайних диференціальних рівнянь.**

Набір функцій називається розв’язком нормальної системи звичайних диференціальних рівнянь на , якщо

1) ;

2);

3);

**12.Як ставиться задача Коші для нормальних систем?**

Задача Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь полягає у тому, щоб знайти такий розв’язок, що задовольняє початкові умови . Де

**14. Означення того, що вектор-функціязадовольняє умову Ліпшиця за змінною .**

Вектор-ф-ція задов. В D умову Ліпшиця за змінною

, якщо .

**15. Теорема Пікара для нормальної системи?**

Якщо ,то існує єдиний р-ок

,який визначений на інтервалі ,де h>0-число.

**16. Вигляд системи Бейлі.**

**17. Загальний вигляд рівняння п -го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної.**

(4)

**18. Означення розв’язку рівняння п -го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної.**

ф-цію назив. р-ком р-ня вищого порядку на проміжку

, якщо

1)

2)

3).

**19. Записати нормальну систему, якій еквівалентне рівняння п-го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної.**

**20. Як ставиться задача Коші для рівняння п -го порядку, розв’язаного відносно старшої похідної?**

Задача коші для рівн. вищого порядку (4) розвязного стосовно старшої похідної полягає в тому щоб знайти р-ок р-ня (4) , який задов. Умови :.

**21. Теорема Пікара для рівнянь п-го порядку.**

Якщо ,то Р-ок зад.коші ,

визначений на деякому відрізку .

**22. Види рівнянь вищого порядку (рівняння, що не містить незалежної змінної, рівняння, що не містить невідомої функції, однорідне рівняння вищого порядку, узагальнено однорідне рівняння вищого порядку) та методи пониження їх порядку.**

Рівняння, що не містить незалежної змінної – заміна Знижує порядок на 1.

Рівняння, що не містить невідомої функції – заміна Знижує порядок на 1.

Однорідне рівняння вищого порядку – заміна . Знижує порядок на 1.

Узагальнено однорідне рівняння вищого порядку – заміна (при x>0). Знижує порядок на 1.

**23. Загальний вигляд ЛОР та ЛНОР п -го порядку.**

- ЛОР

– ЛНОР,

якщо

**24. Що таке коефіцієнти та вільний член ЛНОР п -го порядку?**

Ф-ії назив. коеф. рівняння , функція називається вільним членом цього рівняння.

**26. Теорема про існування та єдиність розв’язку задачі Коші для ЛНОР п -го порядку?**

Якщо , то для кожної точки існує єдиний розв’язок з.Коші, визначений на всьому проміжку.

**27. Вигляд лінійного диференціального оператора п-го порядку.**

Якщо , то вираз називається лінійним диференціальним оператором порядку n.

**28. Теорема про властивості лінійного диференціального оператора n -го порядку.**

1) ; 2)

**29. Теорема про властивості лінійних комбінацій розв’язків ЛОР n-го порядку.**

1) Якщо - розв’ящки ЛОР, то - розв’язок ЛОР; 2)Якщо - розв’язок ЛОР, - розв’язок.

**30. Теорема про комплекснозначні розв’язки ЛОР.**

Ф-ія є комплексним розв’язком ЛОР на <a,b> тоді і тільки тоді, коли та є дійсними розв’язками ЛОР на <a,b>.

**31.Означення того, що функції є лінійно залежними.**

Набір ф-цій наз. лінійно незалежним (ЛН) набором ф-цій на <a,b> , якщо: - числа :

**32.Означення того, що функції лінійно незалежними.**

Набір ф-цій наз. лінійно залежним(ЛЗ) набором ф-цій на <a,b> , якщо: - числа : – виконується.

**33.Що таке фундаментальна система розв’язків ЛОР *п* -го порядку?**

Набір ЛН розв’язків ЛОР наз. фундаментальною системою розв’язків (ФСР) ЛОР.

**34.Теорема про існування фундаментальної системи розв’язків ЛОР *п-го* порядку.**

Якщо виконується умова то ЛОР має безліч ФСР.

**35.Що таке визначник Вронського набору функцій : *R1 —>* R1?**

Нехай - деякі ф-ції. Тоді w(n) = – визначник Вронського.

**36.Теорема про властивості визначника Вронського набору функцій *(р\,...,(рп Я} —> Я\***

Властивості визначника Вронського:

1) - ЛЗ на <a, b> ⇒

2) Якщо , - розв. ЛОР, то

- ЛЗ на <a , b>

- ЛН на <a , b>

**37.Яка структура загального розв'язку ЛОР *п* -го порядку?**

Якщо , виконується , - ФСР ЛОР, то загальний розв. ЛОР має вигляд: – довільні сталі.

**38.Яка структура загального розв'язку ЛНОР *п* -го порядку?**

Якщо , викон. ; - ФСР ЛОР, то загальний розв ЛНОР має вигляд:

– довільні сталі, – який –небудь частковий розв’язок ЛНОР.

**39.Теорема про метод варіації сталих для ЛНОР *п* -го порядку.**

Якщо , викон. умова ; - ФСР ЛОР, то частковий розв. ЛНОР можна знайти у вигляді: , де невідомі завжди можна знайти з певної системи р-нь.

**40. Загальний вигляд ЛОР *п* -го порядку зі сталими коефіцієнтами та характеристичне рівняння для нього.**

Загальний вигляд ЛОР *п* -го порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд:

,

де

Характеристичне рівняння:

**41. Формула зсуву для лінійного диференціального оператора *п* -го порядку.**

Лема про формулу зсуву для лінійного диф. оператора n–го порядку:

Якщо , де P() – харак. р-ня то,

= , x

**42. Лема про розв’язок ЛОР *п*-го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному кореню *Л* Є *Я* характеристичного рівняння з кратністю *к =* 1.**

Якщо 𝞴 – дійсний корінь характеристичного рівняння, то функція є дійснозначним розв’язком ЛОР

**43. Лема про розв’язок ЛОР *п* -го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає комплексному кореню** 𝞴 ***єС* характеристичного рівняння з кратністю *к —* 1.**

Якщо 𝞴 – - пара комплексно спряжених коренів харак. р-ня, то функції є лінійно незалежними дійсно значними розвязками ЛОР

**44. Лема про розв’язок ЛОР *п* -го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному кореню** 𝞴 **є *Я* характеристичного рівняння з кратністю *к >* 1.**

Якщо 𝞴 – дійсний корінь характеристичного рівняння кратності k ≥ 2, то функція

є лінійно незалежним дійсним розв’язком ЛОР

**45. Лема про розв’язок ЛОР *п* -го порядку зі сталими коефіцієнтами, що відповідає комплексному кореню *ЛєС* характеристичного рівняння з кратністю *к >* 1.**

Якщо 𝞴 – - пара комплексно спряжених розв’язків кратності k ≥ 2 харак. р-ня, то функції

є лінійно незалежними дійснозначними розвязками ЛОР

**46. Теорема про вигляд часткового розв’язку ЛНОР *п*-го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є квазімногочленом.**

Якщо вільний член рівняння ЛНОР н-го порядку з сталими коеф. має вигляд

f(x) = , де

то існує частковий розвязок ЛНОР у вигляді .

У формулі

Многочлен з невідомими коефіцієнтами які однозначно визначаються з деякої алгребриїчної системи рівнянь, k – кратності а як кореня характеристичного рівняння , зокрема , якщо P(a) = 0, та k = 0, якщо P(a)0

**47. Теорема про вигляд часткового розв’язку ЛНОР *п*-го порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є тригонометричним квазімногочленом.**

Якщо вільний член ЛНОР має вигляд

,

, то існує частковий розвязок ЛНОР у вигляді . Тут – многочлен степення m з невизначиними дійсними коефіцієнтами, які однозначно знаходяться з деякої алгебричної системии рівнянь, m = max{, k – кратність числа a+i як розвязку характеристичного рівняння ЛНОР, якщо та k=0,

**48. Що таке однорідне та неоднорідне рівняння Ейлера та характеристичне рівняння для нього?**

Лінійне рівняння з змінними коефіцієнтами вигляду

Де називається рівнянням Ейлера n -го порядку: однорідним при та неоднорідним при

Характеристичне рівння для рівняння Ейлера:

**51.** **Загальний вигляд нормальної СЛОР та СЛНОР.**  
Система називається СЛОР , якщо і СЛНОР у всіх інших випадках.  
**52.** **Що таке матриця, вільний член лінійної системи?**  
Квадратна матриця-функція назив. Матрицею системи , а вектор-фунцкія називається вільним членом системи

**53.** ***Теорема про існування та єдиність розв’язку задачі Коші для СЛНОР.***

Якщо   
то для всіх,  
 та задача Коші має єдиний розвязок визначений на всьому проміжку   
  
**54.Загальний вигляд лінійного векторного оператора 1 порядку**  
**55.** ***Теорема про властивості лінійного векторного диференціального оператора 1-го порядку.***

теорема про властивості лін. Вект. Оператора :  
1)  
2)Якщо С — число , то   
**56.** ***Теорема про властивості лінійних комбінацій розв’язків СЛОР.***

Якщо - розвязки СЛОР , то - також розвязки СЛОР  
Якщо - розвязок СЛОР , то - також розвязок СЛОР , де С — число.

**57. Означення того, що функції *'* є лінійно незалежними.**

Вектор-функції називаються лінійно незалежними на , якщо існують такі числа , що

**59.Що таке визначник Вронського набору вектор-функцій ?**

Якщо - вектор-функції на то скалярна функція називається визначником Вронського набору вектор-функцій .

**60.Теорема про властивості визначника Вронського набору вектор-функцій**

Нехай вектор-функції є розвязками СЛОР на , W – їхній визначник Вронського. Тоді такі твердження еквівалентні:

1. - лінійно-залежні вектор-функції на .
2. на .
3. .

**61.Загальний вигляд матричного рівняння?**

, де – невідома матриця функція. .

**62.Означення розв’язку матричного рівняння?**

Матриця - функція називається розвязком матричного рівняння на проміжку , якщо

1. елементи матриці належать простору ;
2. *.*

**63. Що таке фундаментальна система розв’язків СЛОР?**

Набір вектор-функцій називатимемо фундаментальною системою розвязків(ФСР) СЛОР на , якщо:

1. – розвязки СЛОР на
2. вектор-функції – лінійно-незалежні на

**64.Що таке фундаментальна матриця СЛОР?**

1.Матриця-функція , називається фундаментальною матрицею (ФМ) СЛОР якщо є ФСР СЛОР на .

2. Фундаментальною матрицею(ФМ) СЛОР на проміжку називається розвязок матричного рівняння на який задовольняє умову

**65. Теорема про існування фундаментальної матриці СЛОР.**

Якщо , то СЛОР має на проміжку має безліч ФСР(чи ФМ).

**66. Яка** **структура загального розв'язку СЛОР?**

Теорема. Нехай . Якщо є ФМ СЛОР на , то формула , де , задає загальний розвязок СЛОР.

**67. Яка структура загального розв'язку СЛНОР?**

Теорема. Нехай . Якщо є ФМ СЛОР на , – частковий розвязок СЛНОР, то формула , де , задає загальний розвязок СЛОР.

**68.** **Теорема про метод варіації сталих для СЛНОР**

Нехай . Якщо матриця-функція є ФМ СЛОР, то частковий розвязок неоднорідної системи можна знайти у вигляді , де - деяка вектор функція.

**69. Загальний вигляд СЛОР зі сталими коефіцієнтами та її характеристичного рівняння.**

(t) = A(t) - СЛОР

det *(A-E) = 0 - характеристичне рівняння*

**70.Який вигляд має розв’язок СЛОР зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному власному значенню ЛеЯ матриці цієї системи коли алгебрична та геометрична кратності співпадають і дорівнюють 1 ?**

 

**71.Який вигляд має розв’язок СЛОР зі сталими коефіцієнтами, що відповідає дійсному власному значенню Л є Я матриці цієї системи коли алгебрична та геометрична кратності не співпадають?**

****

**72.Який вигляд має розв’язок СЛОР зі сталими коефіцієнтами, що відповідає комплексному власному значенню Л єС матриці цієї системи коли алгебрична і геометрична кратності рівні 1?**

****

**73.Теорема про вигляд часткового розв’язку СЛНОР зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є векторним квазімногочленом.**

Якщо вільний член СЛНОР має вигляд  , де ,  - вектор, координатами якого є многочлени степеня m ,то існує частковий розв”язок СЛНОР у вигляді :

,

де k- алгебраїчна краність ,якщо  - корінь характеристичного рівняння, k =0 ,якщо - не корінь характеристичного рівняння,  - вектор-многочлен степеня m + k з невідомими коефіцієнтами

**74.Теорема про вигляд часткового розв’язку СЛНОР зі сталими коефіцієнтами у випадку, коли вільний член рівняння є векторним тригонометричним квазімногочленом.**

Якщо вільний член СЛНОР має вигляд , де ,

 - векторний многочлен степеня , - вектор многочлен степеня , то існує частковий розв”язок СЛНОР у вигляді :

 ,

де k – алгебраїчна кратність , якщо  - власне значення А, k=0 ,якщо  - не є власним значенням А, m = max{}, ,  - вектор многочлен степеня m + k з невідомими коефіцієнтами